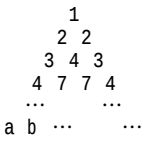
2009年全国中学生数学能力竞赛初三组(样题)

(试题总分:120 分　答题时间:120 分钟)

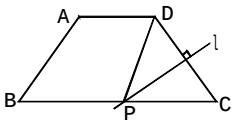
一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 若分式 $\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$ 的值为 0,则 x 的值为_____.

2. 如图,是与杨辉三角形有类似性质的三角形数垒,a、b 是某行的前两个数,当 a = 7 时,b = _____.



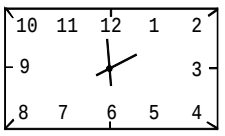
(第 2 题图)



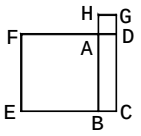
(第 3 题图)

3. 如图,在等腰梯形 ABCD 中,AD = 5,AB = CD = 7,BC = 13,且 CD 的中垂线 l 交 BC 于点 P,连接 PD.则四边形 ABPD 的周长为_____.

4. 如图所示为长方形时钟钟面示意图,时钟的中心在长方形对角线的交点上,长方形的宽为 20 厘米,钟面数字 2 在长方形的顶点处,则长方形的长为_____厘米.



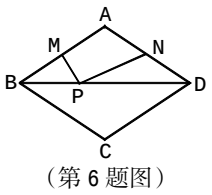
(第 4 题图)



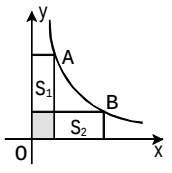
(第 5 题图)

5. 如图,矩形 ABCD 的周长是 10 cm,以 AB、AD 为边向外作正方形 FEBA 和正方形 ADGH.若这两个正方形的面积之和为 17 cm^2,那么矩形 ABCD 的面积是_____cm^2.

6. 如图,点 P 是边长为 2 的菱形 ABCD 的对角线 BD 上的一点,点 M、N 分别是边 AB、AD 上的中点,则 PM + PN 的最小值是_____.



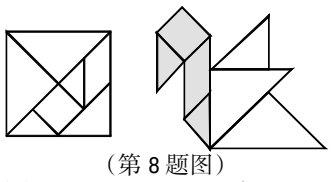
(第 6 题图)



(第 7 题图)

7. 如图,点 A、B 是双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 上的点,分别经过 A、B 两点向 x 轴、y 轴作垂线段,若 $S_{阴影}=1$,则 S_1+S_2 = _____.

8. 如图,用边长为 1 的正方形纸板,制成一副七巧板,将它拼成"小天鹅"图案,其中阴影部分面积为_____.

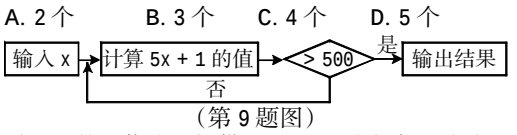


(第 8 题图)

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. 按如图所示的程序进行计算,开始输入 x 的值为正数,最后输出的结果为 656,则满足条件的 x 的不同值最多有(　　).

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个



(第 9 题图)

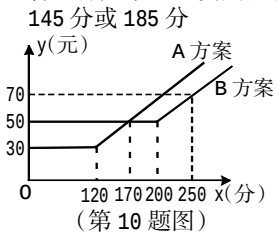
10. 如图,某电信公司提供了 A、B 两种方案的移动通讯费用 y(元)与通话时间 x(分)之间的关系,则以下说法错误的是(　　).

A. 若通话时间少于 120 分,则 A 方案比 B 方案便宜 20 元

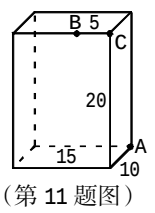
B. 若通话时间超过 200 分,则 B 方案比 A 方案便宜 12 元

C. 若通讯费用为 60 元,则 B 方案比 A 方案的通话时间多

D. 若两种方案通讯费用相差 10 元,则通话时间是 145 分或 185 分



(第 10 题图)

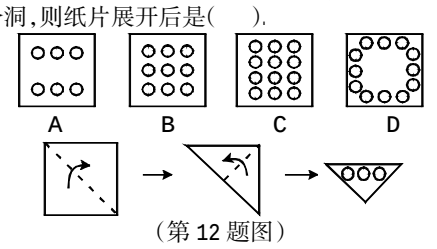


(第 11 题图)

11. 如图,长方体的长为 15,宽为 10,高为 20,点 B 离点 C 的距离为 5,一只蚂蚁如果要沿着长方体的表面从点 A 爬到点 B,它爬行的最短距离是(　　).

A. $5\sqrt{21}$　　B. 25　　C. $10\sqrt{5}+5$　　D. 35

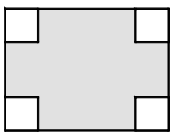
12. 如图,将一张正方形纸片对折两次,然后在上面打 3 个洞,则纸片展开后是(　　).



(第 12 题图)

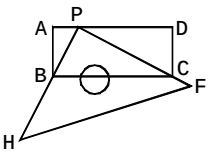
三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 如图,在长为 10 cm,宽为 8 cm 的矩形的四个角上截去四个完全相同的小正方形,使得留下的图形(图中阴影部分)面积是原矩形面积的 80%,求所截去小正方形的边长.



(第 13 题图)

14. 如图,有一块塑料矩形模板 ABCD,AD = 10 cm,AB = 4 cm,将你手中足够大的直角三角板 PHF 的直角顶点 P 落在 AD 边上(不与 A、D 重合),移动三角板,使其顶点 P 在 AD 上运动.请问:能否使三角板两直角边分别通过点 B 与点 C?若能,请求出此时 AP 的长;若不能,请说明理由.



(第 14 题图)

15. 商场为了促销,推出两种促销方式:方式①:所有商品 7.5 折销售;方式②:一次购物每满 200 元送 60 元现金.

(1)李叔叔要购买标价为 628 元和 788 元的商品各一件,现有四种购买方案:方案一:628 元和 788 元的商品均按促销方式①购买;方案二:628 元的商品按促销方式①购买,788 元的商品按促销方式②购买;方案三:628 元的商品按促销方式②购买,788 元的商品按促销方式①购买;方案四:628 元和 788 元的商品均按促销方式②购买.你认为最合理的购买方案是_____;

(2)通过计算下表中标价在 600 元到 800 元之间商品的付款金额,你总结出商品的购买规律是_____.

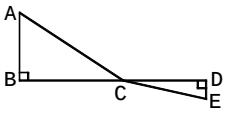
商品标价(元) / 付款金额(元)	628	638	648	768	778	788
方式①						
方式②						

16. 如图,C 为线段 BD 上一动点,分别过点 B、D 作 AB⊥BD,ED⊥BD,连接 AC、EC.已知 AB = 5,DE = 1,BD = 8,设 CD = x.

(1)用含 x 的代数式表示 AC + CE 的长;

(2)点 C 满足什么条件时,AC + CE 的值最小?

(3)根据(2)中的规律和结论,请构图求出代数式 $\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(12-x)^2+9}$ 的最小值.



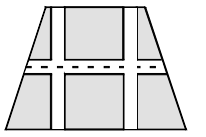
(第 16 题图)

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17. 如图,要设计一个等腰梯形的花坛,花坛上底长 120 米,下底长 180 米,上下底相距 80 米,在两腰中点连线(虚线)处有一条横向甬路,上下底之间有两条纵向甬路,各甬路的宽度相等.设甬路的宽为 x 米.

(1)用含 x 的式子表示横向甬路的面积;

(2)当三条甬路的面积和是梯形面积的 $\frac{1}{8}$ 时,求甬路的宽.



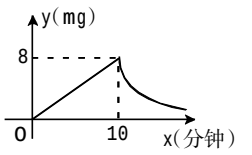
(第 17 题图)

18. 为预防"手足口病",某校对教室进行"药熏消毒".已知药物燃烧阶段,室内每立方米空气中的含药量 y(mg)与燃烧时间 x(分钟)成正比例;燃烧后,y 与 x 成反比例(如图所示).现测得药物 10 分钟燃烧完,此时教室内每立方米空气含药量为 8 mg.根据以上信息,解答下列问题:

(1)求药物燃烧时 y 与 x 的函数关系式;

(2)求药物燃烧后 y 与 x 的函数关系式;

(3)当每立方米空气中含药量低于 1.6 mg 时,对人体无毒害作用.那么从消毒开始,经多长时间学生才可以返回教室?



(第 18 题图)

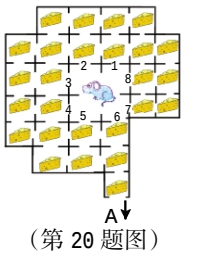
五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 一天,华生请福尔摩斯到他家做客.他们坐在开着的窗户旁边聊天,从庭院里传来了一大群孩子的嬉笑声.福尔摩斯:"请告诉我,您有几个孩子?"

华生诡秘地笑了笑,回答道:"这些孩子不完全都是我家的,一共是 3 家的孩子.我还知道这群孩子中约翰、彼得、保罗分别带着自己的妹妹珍妮、罗斯、凯莉刚从超市购物回来,至于谁是谁的妹妹就不知道了,你只能从下列条件来推测:他们 6 人,每人花在买商品的钱数(单位:英镑)正好等于商品数量的平方,可也真巧,每位哥哥都比自己的妹妹多花 48 英镑,又已知约翰比罗斯多买 9 件商品,彼得比珍妮多买了 7 件商品.试问:究竟谁是谁的妹妹呢?"

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. 如图,每间房里都有一块点心.一只贪心的老鼠想一次吃完所有的点心后,从 A 门出来.请问这只老鼠从 1~8 中的哪扇门进去,才不走重复路线(每间房只允许进出各一次,并且不允许从同一扇门进出)?它应该怎样走?(用粗线在图中画出这只老鼠所走的路线图)



(第 20 题图)

(参考答案见下期)