

《2009年全国中学生数学能力竞赛初三组(样题)》参考答案

一、画龙点睛

1. 2 2. 22 3. 25 4. $20\sqrt{3}$ 5. 4 6. 2 7. 4 8. $\frac{3}{8}$

二、一锤定音

9. C 10. D 11. B 12. D

三、妙笔生花

13. 设小正方形的边长为 x cm.

根据题意, 得 $10 \times 8 - 4x^2 = 80\% \times 10 \times 8$.

整理, 得 $x^2 = 4$. 解得 $x_1 = 2, x_2 = -2$ (舍去).

即所截去小正方形的边长为 2 cm.

14. 能使三角板两直角边分别通过点 B 与点 C.

设 AP 的长为 x cm, 则 PD = $(10 - x)$ cm.

在 Rt $\triangle ABP$ 和 Rt $\triangle PDC$ 中, $PB^2 = AP^2 + AB^2 = x^2 + 4^2$, $PC^2 = PD^2 + CD^2 = (10 - x)^2 + 4^2$.

而在 Rt $\triangle BPC$ 中, $PB^2 + PC^2 = BC^2$, 则 $x^2 + 4^2 + (10 - x)^2 + 4^2 = 10^2$. 整理, 得 $x^2 - 10x + 16 = 0$. 解得 $x_1 = 2, x_2 = 8$.

所以 AP 的长为 2 cm 或 8 cm.

15. (1) 方案三;

(2) 方式①从左到右依次填入: 471, 478.5, 486, 576, 583.5, 591; 方式②从左到右依次填入: 448, 458, 468, 588, 598, 608.

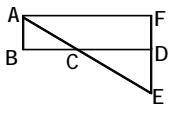
规律不唯一, 如商品标价大于 600 元且小于 720 元按促销方式②购买; 商品标价大于 720 元且小于 800 元按促销方式①购买.

16. (1) $\sqrt{(8-x)^2 + 25} + \sqrt{x^2 + 1}$;

(2) 点 C 为线段 AE 与 BD 的交点;

(3) 如右图所示, 作线段 BD = 12, 分别过点 B、D 作 $AB \perp BD, ED \perp BD$, 使 AB = 2, ED = 3. 连接 AE 交 BD 于点 C, 设 BC = x , 则 CD = 12

- x . 此时 AE 的长即为代数式 $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12-x)^2 + 9}$ 的最小值. 过点 A 作 AF // BD 交 ED 的



延长线于点 F, 则 AB = DF = 2, AF = BD = 12. 所以 AE = 13. 即 $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(12-x)^2 + 9}$ 的最小值为 13.

四、一鼓作气

17. (1) $150x$;

(2) 根据题意, 得 $2 \times 80x + 150x - 2x^2 = \frac{1}{8} \times \frac{120 + 180}{2} \times 80$.

整理, 得 $x^2 - 155x + 750 = 0$. 解得 $x_1 = 5, x_2 = 150$ (舍去). 即甬路的宽为 5 米.

18. (1) 设药物燃烧时 y 与 x 的函数关系式为 $y = k_1x$,

则 $10k_1 = 8$. 解得 $k_1 = \frac{4}{5}$. 即 $y = \frac{4}{5}x$ ($0 \leq x < 10$);

(2) 设药物燃烧后 y 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{k_2}{x}$, 则

$\frac{k_2}{10} = 8$. 解得 $k_2 = 80$. 即 $y = \frac{80}{x}$ ($x \geq 10$);

(3) 令 $y < 1.6$ 时, 则 $\frac{80}{x} < 1.6$. 而 $x > 0$, 解得 $x > 50$.

所以从消毒开始, 经过 50 分钟学生才可以返回教室.

五、再接再厉

19. 设一家兄妹中, 哥哥买了 x 件商品, 妹妹买了 y 件商品. 于是有 $x^2 - y^2 = 48$, 即 $(x+y)(x-y) = 48$.

可得 $x = 13, y = 11$ 或 $x = 8, y = 4$ 或 $x = 7, y = 1$.

由约翰比罗斯多买 9 件商品, 可知约翰买了 13 件商品, 罗斯买了 4 件; 由彼得比珍妮多买了 7 件商品, 可知彼得买了 8 件, 珍妮买了 1 件; 所以保罗买了 7 件, 凯莉买了 11 件. 由此可知三对兄妹的组合是约翰和凯莉、彼得和罗斯、保罗和珍妮.

六、马到成功

20. 老鼠应该从第 8 扇门进去, 其路线图如右图所示.

