

2011年全国中学生数学能力竞赛初三年级组(样题)

(试题总分:120分 答题时间:120分钟)

如果没有人带瓶子,那么这次讨论会有多少个学生参加?

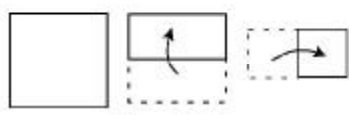


一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 若 $|2008 - a| + \sqrt{a - 2009} = a$, 则 $a - 2008^2 =$ _____.
2. a, b 是一元二次方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个根, 则 $3a^2 + 2b^2 - 3a - 2b$ 的值等于 _____.
3. 设 $m = \sqrt{5} + 1$, 那么 $m + \frac{1}{m}$ 的整数部分是 _____.
4. 等腰三角形的一条腰上的高线等于该三角形某一条边的长度的一半, 则其顶角的度数等于 _____.
5. 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有一点 A , 它的横坐标 n 使方程 $x^2 - nx + n - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 以点 A 与 $B(1, 0), C(4, 0)$ 为顶点的三角形面积等于 6, 则反比例函数的解析式为 _____.
6. 定义一种新运算“ $\oplus$ ”为 $x \oplus y = ax + by - ab$ (a, b 为非零常数). 若 $1 \oplus 2 = 3, 2 \oplus 3 = 6$, 那么 $3 \oplus 4 =$ _____.
7. 如图所示, 一个半径为 $\sqrt{2}$ 的圆过一个半径为 2 的圆的圆心, 则图中阴影部分的面积为 _____.



(第 7 题图)



(第 8 题图)

8. 如图, 将正方形纸片由下往上对折, 再由左向右对折, 称为完成一次操作. 按上述规则, 完成五次操作以后, 再剪去所得小正方形的左下角. 问: 当展开这张正方形纸片后, 一共有 _____ 个小孔.

二、一锤定音(本大题共 4 道小题, 每小题 3 分, 总计 12 分)

9. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{5}{a+b}$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值是 ().
A. 5 B. 7 C. 3 D. $\frac{1}{3}$
10. 满足 $(n^2 - n - 1)^{n+2} = 1$ 的整数 n 有 ().
A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
11. 某种商品的进价为 800 元, 出售时标价为 1200 元, 后来由于该商品积压, 商店准备打折出售, 但要保持利润率不低于 5%, 则至少可打 ().
A. 6 折 B. 7 折 C. 8 折 D. 9 折
12. 将正四面体骰子(相对面上的点数分别为 1 和 6、2 和 5、3 和 4)放置于水平桌面上, 如图 ①. 在图 ② 中, 将骰子向右翻滚 90° , 然后在桌面上按逆时针方向旋转 90° , 则完成一次变换. 若骰子的初始位置为图 ① 所示的状态, 那么按上述规则连续完成 10 次变换后, 骰子朝上一面的点数是 ().



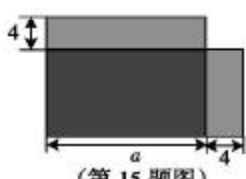
(第 12 题图)

- A. 6 B. 5 C. 3 D. 2

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题, 13 题 6 分, 14 题 7 分, 15 题 8 分, 16 题 9 分, 总计 30 分)

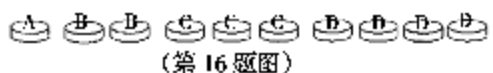
13. 已知 $\begin{cases} xy + x + y + 7 = 0, \\ 3x + 3y = 9 + 2xy. \end{cases}$ 求 $xy + x^2 + y^2$ 的值.
14. 夏令营的同学们进行小组讨论会, 讨论进行得非常激烈. 开始的时候他们每两人坐一桌, 辅导老师给每桌送来一瓶果汁, 讨论一会儿后, 他们改为三人一桌, 辅导老师给每桌送来一瓶汽水, 不久他们又改成四个人一桌, 这时, 辅导老师给他们每桌送来一瓶矿泉水. 此外, 他们每个人还买了一瓶鲜奶. 讨论会结束的时候, 辅导老师共收集了 50 个空瓶.

15. 如图, 有一个狡猾的地主, 常年将一块边长为 a 的正方形土地租给李老汉, 突然有一年, 他找到李老汉, 对他说: “我把这块地一边减少 4 米, 一边增加 4 米, 继续租给你, 你也不吃亏, 怎么样?” 李老汉一听, 觉得好像没有吃亏, 就答应了. 请问, 李老汉吃亏了吗? 为什么?



(第 15 题图)

16. 小军与小玲共同发明了一种“字母棋”, 进行比胜负的游戏. 他们用四种字母做成 10 只棋子, 其中 A 棋 1 只, B 棋 2 只, C 棋 3 只, D 棋 4 只.

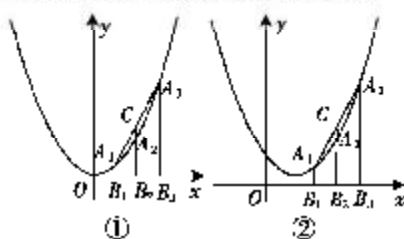


(第 16 题图)

- “字母棋”的游戏规则为: ①游戏时两人各摸一只棋进行比赛称一轮比赛, 先摸者摸出的棋不放回; ②A 棋胜 B 棋, C 棋胜 B 棋, D 棋胜 C 棋, D 棋胜 A 棋; ③相同棋子不分胜负.
- (1)若小玲先摸, 问小玲摸到 C 棋的概率是多少?
 - (2)已知小玲先摸到了 C 棋, 小军在剩余的 9 只棋中随机摸一只, 问这一轮中小玲胜小军的概率是多少?
 - (3)已知小玲先摸一只棋, 小军在剩余的 9 只棋中随机摸一只, 问这一轮中小玲希望摸到哪种棋胜小军的概率最大?

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题, 17 题 12 分, 18 题 12 分, 总计 24 分)

17. 已知 A_1, A_2, A_3 是抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上的三点, $A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ 分别垂于 x 轴, 垂足为 B_1, B_2, B_3 , 直线 A_2B_3 交线段 A_1A_3 于点 C .
- (1)如图 ①, 若 A_1, A_2, A_3 三点的横坐标依次为 1、2、3, 求线段 CA_2 的长;
- (2)如图 ②, 若将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 改为抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$, A_1, A_2, A_3 三点的横坐标为连续整数, 其他条件不变, 求线段 CA_2 的长.



(第 17 题图)

18. 把数还给你: 李一言和李一语在一起玩数字游戏. 一言说: “你随便想一个两位数, 不要告诉我. 在这个两位数后面连接两个同样的两位数, 成为一个六位数.” 一语在心中暗想: 那就 545454 这个数吧! 一言继续说: “把这个六位数连续除以 7, 13, 111, 相信我, 每次都一定能够整除, 最后, 我把得到的答案送给你, 它就是你所想的数.” 然后得意地笑了起来! 一语在纸上算起来: $545454 \div 7 \div 13 \div 111 = 54$, 果然是这样, 真是太奇妙了. 可这是什么原因呢? 你能帮一语解释其中的奥妙吗?



五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 贝贝、尼尼、军军、东东四个小朋友在院里玩球, 忽听“砰”的一声, 球击碎了王奶奶家的玻璃. 王奶奶跑出来一看, 发现玻璃被打碎了. 王奶奶问: “小宝贝们, 是谁打碎了我家的玻璃?” 贝贝说: “是尼尼不小心打碎的.” 尼尼说: “是军军打碎的.” 军军说: “尼尼说的不是实话.” 东东说: “反正不是我打碎的.” 如果这四个小朋友中只有一个人说了谎话, 请你帮王奶奶判断一下, 是谁把玻璃打碎的?

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. 一位富翁临死时, 他的妻子已经怀孕, 他对妻子说: “我要走了, 留下 2200 万的财产, 如果你生的是一个儿子, 把财产的 $\frac{2}{3}$ 给他, 如果你生的是一个女儿, 把财产的 $\frac{2}{5}$ 给她, 剩下的给你.” 说完他就过世了. 凑巧的是她生的是孪生儿女, 一个儿子和一个女儿, 这样财产应该怎么分呢?



“有奖求疵”活动 正在进行中

亲爱的老师们、同学们, 《数学辅导报》有奖求疵活动开始啦! 为了进一步提高我报的质量, 从而更好地为广大师生服务, 现正开展“有奖求疵”活动. 无论您是老师还是学生, 只要您在报纸上发现任何错误、不足, 或者您对《数学辅导报》有任何意见和建议, 都可以通过电话、传真、E-mail、信件等方式与我们取得联系.

参与办法:

1. 电话求疵:

0435-3940599

2. 传真求疵:

0435-3940566

3. E-mail 求疵:

perfect@ccp.com.cn

4. 信件求疵: 来信请寄

吉林省通化市西昌工贸开发区 2 号 总编室《数学辅导报》“有奖求疵”栏目组 同 诚(收)

邮编: 134001

无论以何种方式参与活动, 请务必将您发现错误的报纸的版别、期数及具体问题叙述清晰. 同时请务必注明您的姓名、所在学校、年级、联系电话, 并标明“有奖求疵”字样, 以便我们经核实确认后与您取得联系.

奖励办法: 凡“有奖求疵”栏目的参与者, 我们都将在近期给您回复, 同时可获得由我们为您提供的精美纪念卡一张. 对于第一位求疵内容正确的读者及有价值建议的提出者, 我们将登报致谢, 并奖励精美图书.