C M Y K C:\Documents and Settings\zp14\桌面\人教高二版 15\人教高二版 15.ps 2011/09/23 15:47:21 Time: 2011/09/23 15:47:58

2011年全国中学生数学能力竞赛高二组(样题)

(试题总分:150分 答题时间:120分钟)

基础能力部分(共60分,每题5分)

一、运算求解能力

(能力要求:会根据法则、公式进行正确的运算、变形;能根据问题的条件,寻找与设计合理、简捷的运算途径)

1. 计算:$1.5^{-\frac{1}{3}}\times(-\frac{7}{6})^0+8^{0.25}\times\sqrt[4]{2}+(\sqrt[3]{2}\times\sqrt{3})^6-\sqrt{(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}}=$______.

2. 设函数 $f(x)=a^x(a>0,a\neq1)$,如果 $f(x_1+x_2+\cdots+x_{2009})=8$,那么 $f(2x_1)\times f(2x_2)\times\cdots\times f(2x_{2009})$ 的值等于______.

3. 已知 $f(x)=\begin{cases}3e^{x-1},x<3\\ \log_3(x^2-6),x\geq3\end{cases}$,则 $f(f(3))$ 的值为______.

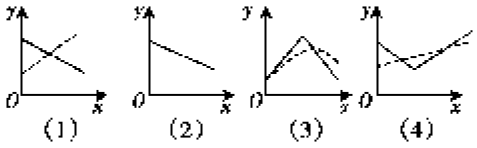
二、数据处理能力

(能力要求:会收集、整理、分析数据,能抽取对研究问题有用的信息,并作出正确的判断;能根据要求对数据进行估计和近似计算)

4. 在某报《自测健康状况》的报道中,自测血压结果与相应年龄的统计数据如下表. 观察表中数据的特点,则表中空白处的收缩压应填______;舒张压应填______.

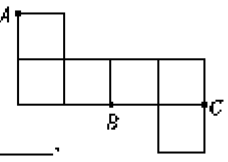
年龄(岁)	30	35	40	45	50	55	60	65
收缩压(水银柱 毫米)	110	115	120	125	130	135	( )	145
舒张压(水银柱 毫米)	70	73	75	78	80	83	( )	88

5. 在股票买卖过程中,经常用两种曲线:一种是即时价格曲线 $y=f(x)$(实线表示),另一种是平均价格曲线 $y=g(x)$(虚线表示)(如 $f(3)=12$ 是指开始买卖后第三个小时的即时价格为12元;$g(3)=12$ 表示三小时内的平均价格为12元). 下列给出的四个图象中,其中可能正确的是______.



三、空间想象能力

(能力要求:会画简单的几何图形;能准确地分析图形中有关量的相互关系;会运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质)

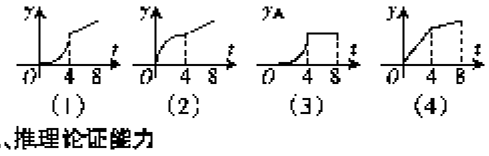


6. 若将下面的展开图恢复成正方体,则$\angle ABC$的度数为______.

四、抽象概括能力

(能力要求:能从具体、生动的实例中,发现研究对象的本质;能从给定的大量信息材料中,概括出一些结论,并能应用于解决问题或作出新的判断)

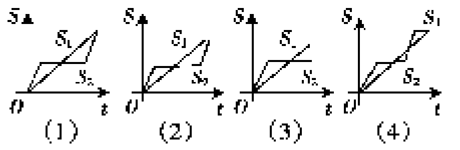
7. 某工厂近八年以来生产某种产品的情况是:前四年年产量的增长速度越来越快,后四年年产量的增长速度保持不变,则该厂这种产品的产量 y 与时间 t 的函数图象可能是______.(填上你认为可能的图象序号)



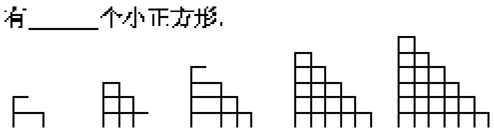
五、推理论证能力

(能力要求:会根据已知的事实和已获得的正确数学命题来论证某一数学命题的真实性)

8. "龟兔赛跑"讲述了这样的故事:领先的兔子看着慢慢爬行的乌龟,骄傲起来,睡了一觉,当它醒来时,发现乌龟快到达终点了,于是急忙追赶,但为时已晚,乌龟还是先到达了终点……用 S_1、S_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程,t 为时间,则下图与故事情节相吻合的是______.



9. 观察下列的图形中小正方形的个数,则第6个图中有______个小正方形.



六、实践能力

(能力要求:能够对问题所提供的信息资料进行归纳、整理和分类,将实际问题抽象为数学问题,建立数学模型;能应用相关的数学方法解决问题,并能用数学语言正确地表述、说明)

10. 某公司在甲、乙两地销售一种品牌车,利润(单位:万元)分别为 $L_1=5.06x-0.15x^2$ 和 $L_2=2x$,其中 x 为销售量(单位:辆).若该公司在这两地共销售15辆车,则能获得的最大利润为______.

七、创新意识

(能力要求:能够独立思考,灵活和综合地运用所学数学的知识、思想和方法,提出问题、分析问题和解决问题)

11. 定义符合条件 $\begin{cases}x\leq y\leq3x\\0\leq y\leq a\\x,y\in\mathbf{N}\end{cases}$ 的有序数对 (x,y) 为"和谐格点",则当 $a=3$ 时,和谐格点的个数是______.

12. 集合 $P=\{1,4,9,16,\cdots\}$,若 $a\in P,b\in P$ 则 $a\oplus b\in P$,则运算$\oplus$可能是______法运算.(可填加、减、除、乘)

综合能力部分(共90分)

13.(本题满分10分)

五个圣诞老人约好周末参加一次圣诞聚会.他们都不是在同一个时间到达约会地点的:A 不是第一个到达约会地点;B 紧跟在 A 的后面到达约会地点;C 既不是第一个也不是最后一个到达约会地点;D 不是第二个到达约会地点;E 紧跟在 D 之后到达约会地点.

你知道他们到达约会地点的先后顺序吗?

14.(本题满分12分)

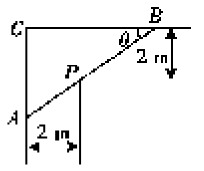
已知向量 $\boldsymbol{m}=(\cos\theta,\sin\theta)$ 和 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2}-\sin\theta,\cos\theta)$,$\theta\in(\pi,2\pi)$,且 $|\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}|=\frac{8\sqrt{2}}{5}$,求 $\cos(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{8})$ 的值.

15.(本题满分12分)

直角走廊的示意图如图所示,其两边走廊的宽度均为2 m.

(1)过点 P 的一条直线与走廊的外侧两边交于 A、B 两点,且与走廊的一边的夹角为 θ $(0<\theta<\frac{\pi}{2})$,将线段 AB 的长度 l 表示为 θ 的函数;

(2)一根长度为5 m的铁棒能否水平(铁棒与地面平行)通过该直角走廊?并请说明理由(铁棒的粗细忽略不计).



16.(本题满分18分)

已知函数 $f(x)=ax-3$,$g(x)=bx^{-1}+cx^{-2}$ $(a,b\in\mathbf{R})$ 且 $g(-\frac{1}{2})-g(1)=f(0)$.

(1)试求 b,c 所满足的关系式;

(2)若 $b=1$,集合 $A=\{x|f(x)>g(x)$ 且 $g(x)<0\}$,试求集合 A.

17.(本题满分18分)

设 $A=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$,其中 $a_{ik}(1\leq i\leq n,1\leq k\leq n)$ 表示该数阵中位于第 i 行第 k 列的数,已知该数阵每一行的数成等差数列,每一列的数成公比为2的等比数列,且 $a_{23}=8$,$a_{34}=20$.

(1)求 a_{11} 和 a_{22};

(2)设数阵第 i 行的公差为 $d_i(i=1,2,\cdots,n)$,$f(n)=d_1+d_2+\cdots+d_n$,求 $f(n)$.

18.(本题满分20分)

已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$a_1=25$,$a_4=16$.

(1)当 n 为何值时,S_n 取得最大值;

(2)求 $a_2+a_4+a_6+a_8+\cdots+a_{20}$ 的值;

(3)求数列$\{|a_n|\}$的前 n 项和 T_n.

(参考答案见下期)

(上接1、4版中缝)

10. 本报对来稿拥有修改权,如作者不允许改动,请注明。

11. 凡在本报刊发的文字及图片,我社有选编结集出版的权力。

12. 稿件从刊发之日起,其专有出版权即归本报所有,不得侵犯。

投稿咨询电话:
0435—3940593;3940580
地址: 吉林省通化市新华路6号
收件人:《语文学习报》编辑部

《语文学习报》于2004年1月正式向全国发行。订阅详情如下:

一、价格:

人教(课标)高一版、人教(课标)高二版、人教(课标)高考版、人教(必修)高一版、人教(必修)高二版、高考版、鲁人高一版、鲁人高二版、山东高考版、苏教高一版、苏教高二版、苏教高考版、粤教高一版、粤教高二版、粤教高考版、上海高一版、上海高二版、上海高考版、语文高一版及高中教师版,均为四开八版周报。各版每学期26期,定价36.40元;每学年52期,定价72.80元。

二、订阅办法:

1.邮局订阅。 读者可在每年的五月、十月邮局征订期到邮局直接订阅《语文学习报》,我报交河南省郑州市邮局邮发,请在报刊征订目录"河南省"部分查寻。

注:①从邮局全年订阅我报的读者请分别填写两张订阅单,上半年订阅学生所在年级版的报纸,下半年订阅学生即将升入年级版的报纸。

②本报版别:
人教(课标)高一版
人教(课标)高二版
人教(课标)高考版
人教(必修)高一版
人教(必修)高二版
高考版
鲁人高一版
鲁人高二版
山东高考版
苏教高一版
苏教高二版
苏教高考版
粤教高一版
粤教高二版
粤教高考版
上海高一版
上海高二版
上海高考版
语文高一版
高中教师版

2.汇款邮购。

如错过邮局征订期,读者可以直接汇款向我社邮购本报,我社常年办理邮购。

邮局汇款地址: 吉林省通化市新华路6号
收款人:文苑
邮政编码:134000
联系电话:
0435—3940535;3940536
传真:0435—3940566
银行汇款开户行:吉林省通化市中行营业部
账号:
163603487220
户名:英语辅导报社语文学习报编辑部

凡一次性订阅我报合计金额99元以下的读者加收汇款金额20%的邮费;100—199元加收汇款金额10%的邮费;200元以上免收邮费。

注:邮购订阅我报的订户请务必在"附言"栏内写明所订阅报纸的版别、期数、汇款人地址、邮编、联系电话等详细信息。

出版:教学辅导报社 编辑:教学辅导报编辑部 排版:教学辅导报社激光照排中心 发行:教学辅导报社发行中心 定价:0.70元/份 18.20元/半年价 36.40元/全年价