

《2011 年全国中学生数学能力竞赛(决赛)试题 初二年级组》参考答案

一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. $3.2 \times 10^5 \text{L}$ 2. 3 3. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 4. 3 5. 175° 6. 5 7. 3 8. $\frac{n^2 + 2n}{n + 1}$

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. B 10. C 11. A 12. A

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 通过研究我们可以发现,店主除了损失白糖外,还损失了找给无赖的零钱.

共损失白糖 $(10 - 2 \times 0.85) = 8.3$ (斤), 2 分

价值 $8.3 \times 1.7 = 14.11$ (元), 3 分

找零损失 $50 - 1.7 \times 8 = 36.4$ (元), 5 分

一共损失 $14.11 + 36.4 = 50.51$ (元). 6 分

14. 设该商店每天批进这种食品 x 千克,每月获得的利润为 y 元. 1 分

由题意,要使每月获得最大利润, x 必须满足 $6 \leq x \leq 10$, 2 分

$\therefore y = 10x \times (6 - 4.2) + 20 \times 6 \times (6 - 4.2) + 20 \times (x - 6) \times (1.2 - 4.2)$, 5 分

$\therefore y = -42x + 576$ 6 分

$\therefore y = -42x + 576$ 是一次函数,且 y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 6$,即每天批进这种食品 6 千克时,可获得最大利润,最大利润为 324 元. 7 分

15. 证明:作 $\angle OBF = \angle OAE$ 交 AD 于点 F 2 分

$\therefore \angle BAD = \angle ABE, \therefore OA = OB$ 3 分

又 $\angle AOE = \angle BOF, \therefore \triangle AOE \cong \triangle BOF$ (ASA). 4 分

$\therefore AE = BF$ 5 分

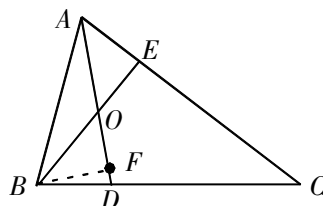
$\therefore AE = BD, \therefore BF = BD, \therefore \angle BDF = \angle BFD$ 6 分

$\therefore \angle BDF = \angle C + \angle OAE, \angle BFD = \angle BOF + \angle OBF,$

$\therefore \angle BOF = \angle C$ 7 分

$\therefore \angle BOF = \angle BAD + \angle ABE = 2\angle BAD,$

$\therefore 2\angle BAD = \angle C, \therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle C$ 8 分



(第 15 题图)

16. (1)A 和 B 过桥,A 回来;一共消耗时间:4 分钟; 2 分

(2)D 和 E 过桥,B 回来;一共消耗时间:15 分钟; 5 分

(3)A 和 C 过桥,A 回来;一共消耗时间:7 分钟; 7 分

(4)A 和 B 过桥;一共消耗时间:3 分钟. 8 分

五人全部过桥,时间用了 29 分钟. 9 分

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17. 设打牌开始的时候,我,王岚,李江分别有 x 元, y 元, z 元. 1 分

则

	我	王岚	李江
第一局	$x - y - z$	$2y$	$2z$
第二局	$2x - 2y - 2z$	$4y$	$3z - y - x$
第三局	$4x - 4y - 4z$	$-x + 7y - z$	$6z - 2y - 2x$

..... 5 分

$$\begin{cases} 4x - 4y - 4z = -x + 7y - z, \\ -x + 7y - z = 6z - 2y - 2x, \\ x - (4x - 4y - 4z) = 100. \end{cases}$$

..... 8 分

解得 $\begin{cases} x = 260, \\ y = 80, \\ z = 140. \end{cases}$ 11 分

所以打牌开始时,我有 260 元钱,王岚有 80 元钱,李江有 140 元钱. 12 分

18. $\because \frac{xy}{x+y} = 2, \therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y},$ ①

同理 $\frac{1}{3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z},$ ②

$\frac{1}{4} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$ ③ 5 分

由① + ② - ③,得 $\frac{2}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$ 解得 $x = \frac{24}{7}.$ 7 分

由① + ③ - ②,得 $\frac{2}{y} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3},$ 解得 $y = \frac{24}{5}.$ 9 分

由② + ③ - ①,得 $\frac{2}{z} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2},$ 解得 $z = 24.$ 11 分

所以, $7x + 5y - 2z = 0.$ 12 分

五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 由已知 $x_8 \leq x_9 - 1, \therefore x_7 \leq x_8 - 1 \leq x_9 - 2, \dots, x_2 \leq x_9 - 7, x_1 \leq x_9 - 8.$ 3 分

$\therefore x_1 + x_2 + \dots + x_9 \leq (x_9 - 8) + (x_9 - 7) + \dots + (x_9 - 2) + (x_9 - 1) + x_9 = 9x_9 - (1 + 2 + \dots + 7 + 8) = 9x_9 - 36.$ 6 分

$\therefore 9x_9 - 36 \geq 230. x_9 \geq \frac{266}{9},$ 即 x_9 的最小值为 30. 9 分

若 $x_1 = 22, x_2 = 23, \dots, x_9 = 30.$ 其和为 $234 > 230,$ 11 分

可取 $x_1 = 21, x_2 = 22, x_3 = 23, x_4 = 24, x_5 = 26, x_6 = 27, x_7 = 28, x_8 = 29, x_9 = 30.$ 15 分

六、马到成功(本大题总计 15 分)

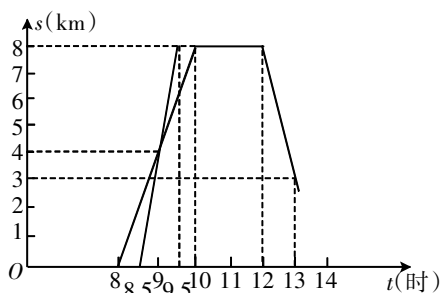
20. (1) 设师生返校时的函数解析式为 $s = kt + b,$ 1 分

把 $(12, 8), (13, 3)$ 代入, 得 $\begin{cases} 8 = 12k + b, \\ 3 = 13k + b. \end{cases}$ 2 分

解得 $\begin{cases} k = -5, \\ b = 68. \end{cases} \therefore s = -5t + 68.$ 4 分

当 $s = 0$ 时, $t = 13.6. \therefore$ 师生在 13.6 时回到学校; 6 分

(2) 由图象得, 当三轮车追上师生时, 离学校 4 km; 8 分



(第 20 题图)

..... 11 分

(3) 设符合学校要求的植树点与学校的路程为 x km,

由题意, 得 $\frac{x}{10} + 2 + \frac{x}{8} + 8 < 14,$ 解得 $x < 17\frac{7}{9}.$

答: A、B、C 植树点都符合学校的要求. 15 分