

《2012 年全国中学生数学能力竞赛(初赛)试题 初一年级组》参考答案

一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 28 2. 0, 1 3. $\frac{11}{10}$ 4. -89 5. 49 6. C 7. $2^{2013}\pi$ 8. 251, 3

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. A 10. C 11. B 12. A

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 设 $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2005}$, $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2004}$, 3 分

则原式 $= A(1+B) - (1+A)B = A + AB - B - AB = A - B = \frac{1}{2005}$ 6 分

14. (1)因为 $g(x) = -2x^2 - 3x + 1$, 所以

当 $x = -1$ 时, $g(-1) = (-2) \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 + 1 = 2$; 1.5 分

当 $x = -2$ 时, $g(-2) = (-2) \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 = -8 + 6 + 1 = -1$; 3 分

(2)因为 $h(x) = ax^3 + 2x^2 - x - 14$, 所以

当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $h(\frac{1}{2}) = a(\frac{1}{2})^3 + 2 \times (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} - 14 = \frac{1}{8}a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 14 = \frac{1}{8}a - 14$; 4.5 分

又因为 $h(\frac{1}{2}) = a$, 则有 $\frac{1}{8}a - 14 = a$, 解得 $a = -16$, 6 分

所以 a 的值是 -16. 7 分

15. 由前面的两个图形我们可以发现下面的规律:

第 1 个图形: $4 \times 6 \div 3 = 8$; 2 分

第 2 个图形: $9 \times 2 \div 6 = 3$; 4 分

因此第 3 个图形: $7 \times 4 \div 2 = 14$; 6 分

所以“?”处应填 14. 8 分

16. 三个互不相等的有理数的第一组表示形式为 $1, a+b, a$, 第二组表示形式为 $0, \frac{b}{a}, b$ 1 分

因为第二组中有 0, 则第一组中一定有 0, 所以有 $a = 0$ 或 $a+b = 0$, 2 分

因为第二组中 a 为分母, a 不能等于 0, 所以 $a+b = 0, b = -a$, 则 $\frac{b}{a} = -1$, 4 分

所以这组数的两种表示形式为 $1, 0, a$ 和 $0, -1, b$, 6 分

所以 $a = -1, b = 1$, 7 分

所以 $a^{2000} + b^{2001} = (-1)^{2000} + 1^{2001} = 2$ 9 分

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17. (1)如下表所示:

n	$n+1$	$n+2$	$n+3$
$n+7$	$n+8$	$n+9$	$n+10$
$n+14$	$n+15$	$n+16$	$n+17$
$n+21$	$n+22$	$n+23$	$n+24$

..... 4 分

这 16 个数的和 $= 16n + 192$;	6 分
(2)当 $16n + 192 = 2000$ 时,解得 $n = 113$,	
所以当这 16 个数的和等于 2000 时,存在最小数为 113,最大数为 137,	9 分
当 $16n + 192 = 2008$ 时,解得 $n = 113.5$,不是整数,所以不存在.	12 分
18. (1)第 1 个图形有棋子 6 颗,	
第 2 个图形有棋子 $6 + 3 = 9$ (颗),	1 分
第 3 个图形有棋子 $6 + 3 + 3 = 6 + 3 \times 2 = 12$ (颗),	2 分
第 4 个图形有棋子 $6 + 3 + 3 + 3 = 6 + 3 \times 3 = 15$ (颗),	3 分
第 5 个图形有棋子 $6 + 3 + 3 + 3 + 3 = 6 + 3 \times 4 = 18$ (颗),	4 分
.....	
第 n 个图形有棋子 $6 + 3(n - 1) = 3(n + 1)$ (颗).	7 分
答:第 5 个图形有 18 颗黑色棋子,第 n 个图形有 $3(n + 1)$ 颗黑色棋子;	8 分
(2)设第 n 个图形有 2013 颗黑色棋子,	9 分
根据(1)得 $3(n + 1) = 2013$,	
解得 $n = 670$,	11 分
所以第 670 个图形有 2013 颗黑色棋子.	12 分

五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. (1)④ $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$,⑤ $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$;	6 分
(2) $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$;	10 分
(3) $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2013 = 1007^2 = 1014049$.	15 分

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. 三人同时出发,A 同学步行,老师骑摩托车载 B 同学行驶 t 小时后,让 B 同学步行至博物馆,老师返回接 A 同学,并载他到博物馆,则有 $20t + 5 \times (3 - t) = 33$,	5 分
解得 $t = 1.2$;	6 分
从上面的分析知道老师载 B 同学行驶 1.2 小时后,B 同学再步行至博物馆,时间刚好为 3 小时,B 同学一定能按时到,接下来我们看 A 同学和老师能不能按时到.	7 分
当 $t = 1.2$ 时, $20 \times 1.2 = 24$ (千米), $5 \times 1.2 = 6$ (千米), $24 - 6 = 18$ (千米), $18 \div (25 + 5) = 0.6$ (小时), $0.6 \times 5 = 3$ (千米), $33 - 6 - 3 = 24$ (千米), $24 \div 20 = 1.2$ (小时), $1.2 + 0.6 + 1.2 = 3$ (小时),	13 分
老师和 A 同学也能按时到.	14 分
所以让 A 同学先步行,老师骑摩托车载 B 同学行驶 1.2 小时,即 24 千米后,让 B 步行至博物馆,老师返回接 A 同学,这样,3 小时后,三人同时到达博物馆.	15 分