

《2012 年全国中学生数学能力竞赛(初赛)试题 初二年级组》参考答案

一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 4.07×10^{11} 2. $\frac{5}{8008}$ 3. 40 4. 0 5. 105° 6. 136 7. 5.5 8. ②④

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. B 10. B 11. A 12. A

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 因为 $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{b-8} = 0$, 所以 $\sqrt{(a-6)^2} = 0$, $\sqrt{b-8} = 0$, 所以 $(a-6)^2 = 0$, $b-8 = 0$, 所以 $a = 6$, $b = 8$ 2 分

所以 $2 < c < 14$ 3 分

又因为 c 为最长边, 所以 $c > 8$ 4 分

所以 $8 < c < 14$ 6 分

14. 她的做法是把写有字的纸的一面放在镜子前. 3 分
算式的实际情况如图所示.

$|20+85=205$ 7 分

15. (1) 由 $3 = 1^2 + 2$; $6 = 2^2 + 2$; $11 = 3^2 + 2$; $18 = 4^2 + 2$ 2 分

得 $? = ?^2 + 2$, 即 $27 = 5^2 + 2$ 3 分

(2) 第一个是 1;

第二个 $1 = 2 \times 1 - 1$; 4 分

第三个 $2 = 3 \times 1 - 1$; 5 分

第四个 $7 = 4 \times 2 - 1$; 6 分

第五个 $34 = 5 \times 7 - 1$ 7 分

故答案是 $6 \times 34 - 1 = 203$ 8 分

16. $\because mn < 0$, $\therefore m, n$ 异号. 1 分

由 $1 - m > 1 - n > 0 > n + m + 1$, 可知 $m < 0$, $0 < n < 1$, $|m| > 1 + n$ 4 分
假设符合条件的 $m = -4$, $n = 0.2$.

则 $\frac{1}{n} = 5$, $n + \frac{1}{m} = 0.2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{20}$, 6 分

所以 $-4 < -\frac{1}{20} < 0.2 < 5$ 7 分

故 $m < n + \frac{1}{m} < n < \frac{1}{n}$ 9 分

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17. 根据题意, 得 $7x + 9y \leq 40$, 则 $x \leq \frac{40 - 9y}{7}$ 1 分

$\because 40 - 9y \geq 0$ 且 y 是正整数, $\therefore y$ 的值可以是 1 或 2 或 3 或 4. 4 分

因为只有当 x 的值最大时, 废料最少. 5 分

因而当 $y = 1$ 时, $x \leq \frac{31}{7}$, x 取最大正整数, 即 $x = 4$, 此时, 所剩的废料是 $40 - 1 \times 9 - 4 \times 7 = 3$ mm; 7 分

当 $y = 2$ 时, $x \leq \frac{22}{7}$, x 取最大正整数, 即 $x = 3$, 此时, 所剩的废料是 $40 - 2 \times 9 - 3 \times 7 = 1$ mm; ... 8 分

当 $y = 3$ 时, $x \leq \frac{13}{7}$, x 取最大正整数, 即 $x = 1$, 此时, 所剩的废料是 $40 - 3 \times 9 - 7 = 6$ mm; 9 分

当 $y = 4$ 时, $x \leq \frac{4}{7}$, x 不存在最大正整数,故舍去. 10 分

综上所述,若使废料最少,则有 $x = 3, y = 2$ 12 分

18. 答:同时到达. 2 分

理由如下:

$\because AB = BC = AC, CD = CE = DE, \therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是正三角形, $\therefore \angle ACB = \angle ECD = 60^\circ, \therefore \angle ACE = 60^\circ, \therefore \angle BCE = \angle ACD = 120^\circ, \therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD(SAS)$ 5 分

$\therefore BE = AD, \angle CBE = \angle CAD$ 6 分

在 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACG$ 中, $\angle CBF = \angle CAG, BC = AC, \angle BCA = \angle ACG = 60^\circ, \therefore \triangle BCF \cong \triangle ACG (ASA)$. $\therefore CF = CG$ 9 分

又甲公共汽车的路程和为 $AD + DE + EC + CF$, 10 分

乙公共汽车的路程和为 $BE + ED + DC + CG$, 11 分

$\therefore$ 两车同时到达指定站. 12 分

五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 切两刀,分别为 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$ 三段. 3 分

第一天给 $\frac{1}{7}$; 4 分

第二天给 $\frac{2}{7}$,要回 $\frac{1}{7}$; 6 分

第三天给 $\frac{1}{7}$; 8 分

第四天给 $\frac{4}{7}$,要回 $\frac{1}{7} + \frac{2}{7}$; 10 分

第五天给 $\frac{1}{7}$; 12 分

第六天给 $\frac{2}{7}$,要回 $\frac{1}{7}$; 14 分

第七天给 $\frac{1}{7}$ 15 分

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. (1) A, B 两村运输荔枝情况如表.

	C	D	总计
A	x 吨	$(200 - x)$ 吨	200 吨
B	$(240 - x)$ 吨	$(x + 60)$ 吨	300 吨
总计	240 吨	260 吨	500 吨

..... 3 分

则 $y_A = 20x + 25(200 - x) = 5000 - 5x$ 4 分

$y_B = 15(240 - x) + 18(x + 60) = 3x + 4680$; 5 分

(2)①当 $y_A = y_B$,即 $5000 - 5x = 3x + 4680$,解得 $x = 40$ 6 分

当 $x = 40$,两村的运费一样多; 7 分

②当 $y_A > y_B$,即 $5000 - 5x > 3x + 4680$,解得 $x < 40$ 8 分

当 $0 < x < 40$ 时,甲村运费较高; 9 分

③当 $y_A < y_B$,即 $5000 - 5x < 3x + 4680$,解得 $x > 40$ 10 分

当 $x > 40$ 时,乙村运费较高; 11 分

(3)由 B 村的荔枝运费不得超过 4830 元,得 $y_B = 3x + 4680 \leq 4830$,解得 $x \leq 50$ 12 分

两村运费之和为 $y_A + y_B = 5000 - 5x + 3x + 4680 = 9680 - 2x$, 13 分

要使两村运费之和最小,所以 x 的值取最大时,运费之和最小. 14 分

故当 $x = 50$ 时,最小费用是 $9680 - 2 \times 50 = 9580$ (元). 15 分