

# 2013年全国中学生数学能力竞赛 初二组(样题)

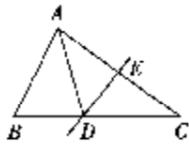


(试题总分:120分 答题时间:120分钟)

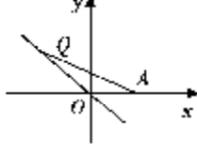


(本大题共 8 道小题, 每小题 3 分, 总计 24 分)

1. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $DE$  是  $AC$  边的垂直平分线, 交  $AC$  边于点  $E$ , 交  $BC$  边于点  $D$ , 且  $AE = 3$ ,  $\triangle ABD$  的周长为 13, 则  $\triangle ABC$  的周长为\_\_\_\_\_.

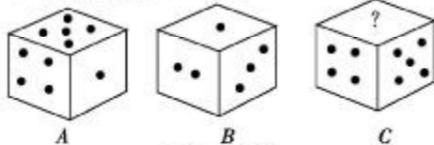


(第 1 题图)



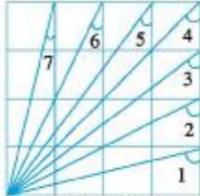
(第 2 题图)

2. 如图, 点  $Q$  在直线  $y = -x$  上运动, 点  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ , 当线段  $AQ$  最短时, 点  $Q$  的坐标为\_\_\_\_\_.
3. 如果“积”、“累”、“能”、“力”这四个汉字中每个汉字分别代表一个非零个位数, 对于运算符号“ $\Delta$ ”有: 积能力  $\Delta_1 =$  累积能力; 积累能力  $\Delta_2 =$  能力累积, 那么  $1234\Delta_2\Delta_1 =$ \_\_\_\_\_.
4. 已知  $a$  是实数, 且  $a^2 + 3a^2 + 3a + 2 = 0$ , 则  $(a+1)^{2011} - (a+1)^{2012} + (a+1)^{2013}$  的值是\_\_\_\_\_.
5. 一个骰子是由 1~6 点的六个面组成, 请你根据图中  $A, B, C$  三张图片所显示的骰子状态, 判断出图中“?”面的点数是\_\_\_\_\_.



(第 5 题图)

6. 如图所示的  $4 \times 4$  正方形网格中,  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 =$ \_\_\_\_\_.



(第 6 题图)

7. 孕婴店货架上摆着一批罐装奶粉. 第一位顾客买来了全部奶粉的一半加半罐; 第二位顾客买走的是剩下的奶粉的二分之一加半罐; 第三位顾客来买, 还是余下的一半加半罐; 第四位顾客买的仍是余下的一半加半罐, 到这时, 所有的奶粉就全卖完了. 那么, 共有奶粉\_\_\_\_\_罐, 第一位顾客买了\_\_\_\_\_罐, 最后一位顾客买了\_\_\_\_\_罐.



8. 在夏令营中, 共有 200 名学生参加, 这 200 名学生排成一列, 按 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, ... 的规律报数, 那么第 200 名学生所报的数是\_\_\_\_\_.



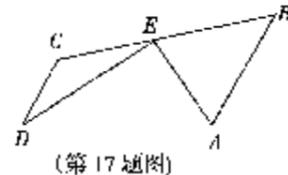
(本大题共 4 道小题, 每小题 3 分, 总计 12 分)

9. 数字推理:  $-64, 4, 0, 1, \frac{1}{4},$  ( )  
A. 8    B. 64    C.  $\frac{1}{16}$     D.  $\frac{1}{36}$
10.  $A, B, C, D$  四个有实力的排球队进行循环赛(每个队与其他队各比赛一场). 比赛结果,  $B$  队输掉\_\_\_\_\_.



(本大题共 2 道小题, 17 题 12 分, 18 题 12 分, 总计 24 分)

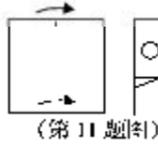
17. 如图已知  $AB \parallel DC$ ,  $\angle BAD$  和  $\angle ADC$  的平分线相交于点  $E$ , 过点  $E$  的直线分别交  $AB, DC$  于  $B', C'$  两点. 猜想线段  $AD, AB, DC$  之间的数量关系, 并证明.



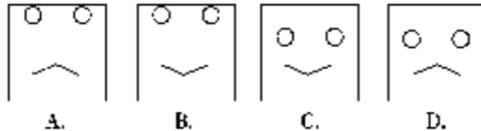
(第 17 题图)

- 场,  $C$  队比  $B$  队少赢一场, 而  $B$  队又比  $D$  队少赢一场. 关于  $A$  队的名次, 下列哪一选项为真? ( )  
A. 第四名    B. 第三名    C. 第二名    D. 第一名

11. 如图所示的矩形纸片, 先沿虚线按箭头方向向右对折, 接着将对折后的纸片沿虚线剪下一个小圆和一个小三角形, 然后将纸片打开是下列图中的哪一个 ( )



(第 11 题图)



12. 已知  $\frac{1}{1^2+1} + \frac{1}{2^2+2} + \frac{1}{3^2+3} + \dots + \frac{1}{2013^2+2013} =$  ( )  
A. 1    B.  $\frac{2012}{2013}$     C.  $\frac{2014}{2013}$     D.  $\frac{2013}{2014}$

(本大题共 4 道小题, 13 题 6 分, 14 题 7 分, 15 题 8 分, 16 题 9 分, 总计 30 分)

13. 已知  $\triangle ABC$  三条边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ , 请判断  $\triangle ABC$  的形状. 并证明你的结论.

18. 小强的哥哥送给他一袋子“火影忍者”收藏卡片(不超过 100 张), 小强问哥哥:“你给我的卡片有多少张啊?”哥哥回答说:“这套卡片, 无论你是 2 个 2 个地数, 3 个 3 个地数, 4 个 4 个地数, 5 个 5 个地数, 还是 6 个 6 个地数, 都还剩一张卡片, 你说有多少张卡片呢?”你帮小强计算一下吧!

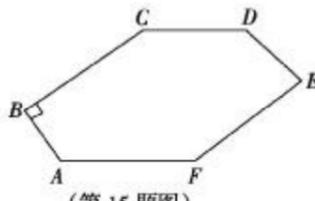


(本大题总计 15 分)

14. 用简便方法计算:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99}$ .



15. 如图,  $CD \parallel AF$ ,  $\angle CDE = \angle BAF$ ,  $AB \perp BC$ ,  $\angle C = 120^\circ$ ,  $\angle E = 80^\circ$ . 求  $\angle F$  的度数.



(第 15 题图)

16. 某商场经销一种商品, 由于进货时价格比原进价降低了 6.4%, 使得利润率增加了 8 个百分点, 那么经销这种商品原来的利润率是多少?

19. 参加夏令营的同学们进行小组讨论会, 讨论进行得非常激烈. 开始的时候他们每两人坐一桌, 辅导老师给每桌送来一瓶果汁. 讨论一会儿后, 他们改为三人一桌, 老师给每桌送来一瓶汽水. 不久他们又改成四个人一桌, 这时, 老师给他们每桌送来一瓶矿泉水. 此外, 他们每个人还要了一瓶鲜奶. 讨论会结束的时候, 辅导老师共收集了 50 个空瓶. 如果没有人带走瓶子, 那么讨论会有多少名学生参加?



(本大题总计 15 分)

20. 有两个商贩在市场上卖烧饼, 其中王婶有急事, 委托另一位卖烧饼的女商贩杨大娘替她卖掉剩下的烧饼. 她俩剩下的烧饼一样多, 不过杨大娘的烧饼大些, 价格是 1 元钱两个, 而王婶的烧饼小些, 价格是 1 元钱 3 个. 杨大娘接受了帮王婶卖掉存货的任务后, 希望做得非常公正, 她把所有的烧饼混在一起, 以 2 元钱 5 个的价格出售. 当王婶回来的时候, 烧饼都已经卖完了, 但是当她们分配收入的时候, 她们发现恰恰短缺了 7 元钱. 假设她们平分这些钱, 杨大娘究竟损失了多少钱?

(参考答案见下期)

责任编辑: 杨 帆 (1019232127@qq.com)

美术编辑: 李 杰

电脑排版: 高 岩

## 《2013 年全国中学生数学能力竞赛初二组(样题)》参考答案

一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 19    2.  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$     3. 4321

4. -1    5. 6    6.  $315^\circ$     7. 15, 8, 1    8. 2

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. D    10. A    11. C    12. D

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 证明:  $\triangle ABC$  是等边三角形.

$$\begin{aligned} &\because a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac, \\ &\therefore 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 2ab + 2bc + 2ac, \\ &a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2 = 0, \\ &\therefore (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0, \\ &\therefore a = b = c. \therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形.} \end{aligned}$$

14. 原式 =  $(\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11}) = \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}) = \frac{5}{11}$ .

15. 连接  $AD$ . 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle BAD + \angle ADC + \angle C + \angle B = 360^\circ$ .

$$\because AB \perp BC, \therefore \angle B = 90^\circ.$$

$$\text{又 } \because \angle C = 120^\circ, \therefore \angle BAD + \angle ADC = 150^\circ.$$

$$\because CD \parallel AF, \therefore \angle CDA = \angle DAF.$$

$$\angle BAF = \angle BAD + \angle DAF = 150^\circ.$$

在四边形  $ADEF$  中,  $\angle DAF + \angle ADE + \angle E + \angle F = 360^\circ$ ,  $\angle CDE = \angle CDA + \angle ADE = \angle DAF + \angle ADE = \angle BAF = 150^\circ$ ,  $\therefore \angle F + \angle E = 210^\circ$ .

$$\text{又 } \because \angle E = 80^\circ, \therefore \angle F = 130^\circ.$$

16. 设原进价为  $x$  元, 销售价为  $y$  元.

那么按原进价销售的利润率为  $\frac{y-x}{x} \times 100\%$ , 原进价

降低 6.4% 后, 在销售时的利润率为  $\frac{y - 93.6\% \cdot x}{93.6\%x} \times 100\%$ .

依题意, 得  $\frac{y-x}{x} \times 100\% + 8\% = \frac{y - 93.6\% \cdot x}{93.6\%x} \times 100\%$ . 解得  $y = 1.17x$ .

故这种商品原来的利润率为  $\frac{1.17x-x}{x} \times 100\% =$

17%.

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17.  $AD = AB + DC$ .

证明: 在  $AD$  上截取  $AF = AB$ , 连接  $EF$ .

$\because AE$  平分  $\angle BAF$ ,  $\therefore \angle BAE = \angle FAE$ ,

$$\therefore \text{在 } \triangle BAE \text{ 和 } \triangle FAE \text{ 中, } \begin{cases} AB = AF, \\ \angle BAE = \angle FAE, \\ AE = AE. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle FAE$  (SAS),  $\therefore \angle B = \angle EFA$ .

$\because AB \parallel DC$ ,  $\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ .

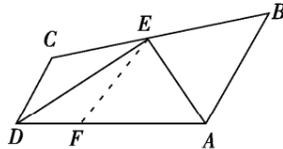
$\therefore \angle EFD + \angle EFA = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle C = \angle EFD$ ,

$\therefore DE$  平分  $\angle CDA$ ,  $\therefore \angle CDE = \angle FDE$ ,

$$\therefore \text{在 } \triangle CDE \text{ 和 } \triangle FDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle EFD, \\ \angle CDE = \angle FDE, \\ DE = DE. \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDE \cong \triangle FDE$  (AAS),  $\therefore DC = DF$ .

$\therefore AD = AF + DF = AB + DC$ .



18. 求出 2, 3, 4, 5, 6 的最小公倍数为 60, 此公倍数并不超过 100, 满足题意, 因为每次数还剩一张卡片, 所以卡片有  $60 + 1 = 61$  (张).

五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 设这次讨论会有  $x$  名同学参加, 由题意, 得  $x + \frac{x}{2}$

$$+ \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 50. \text{ 解得 } x = 24. \text{ 所以共有 24 名同学参加.}$$

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. 如果每个烧饼分别卖  $\frac{1}{3}$  元和  $\frac{1}{2}$  元, 平均每个烧饼

$\frac{5}{12}$  元. 由于以 5 个烧饼 2 元钱的价格出售, 因此每个烧饼损失  $\frac{1}{60}$  元.

我们已知损失了 7 元钱, 因此总共卖了 420 个烧饼, 总共卖得  $420 \times \frac{2}{5} = 168$  元, 杨大娘分得 84 元, 而杨大娘的 210 个烧饼本应卖 105 元, 因此杨大娘损失 21 元.