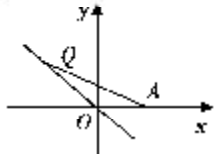


(本大题共 2 道小题, 17 题 12 分, 18 题 12 分, 总计 24 分)

(本大题共 8 道小题, 每小题 3 分, 总计 24 分)

-

(第1幅图)



(第2题图)

-
- Three dice are shown, labeled A, B, and C. Die A shows faces with 1, 2, and 5 dots. Die B shows faces with 1, 3, and 4 dots. Die C shows faces with 1, 2, and 5 dots, with a question mark on the top face.

(第 5 题图)

-

(第 6 题图)

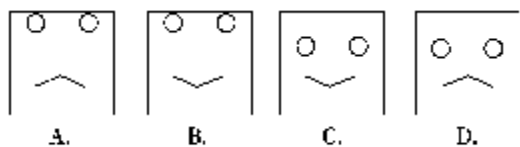
-

-

(本大题共 4 道小题, 每小题 3 分, 总计 12 分)

- 〔参考答案见下期〕

(第 11 题图)



-  (本大题共4道小题,13题6分,14题7分,15题8分,16题9分,总计30分)

14. 用简便方法计算: $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99}$.

拆项法解决 通会事半功倍

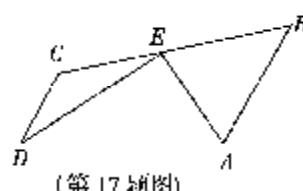
$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right).$$

-

(第 15 题图)

16. 某商场经销一种商品, 由于进货时价格比原进价降低了 6.4%, 使得利润率增加了 8 个百分点, 那么经销这种商品原来的利润率是多少?

17. 如图已知 $AB \parallel DC$, $\angle BAD$ 和 $\angle ADC$ 的平分线相交于点 E , 过点 E 的直线分别交 AB, DC 于 B', C' 两点. 猜想线段 AD, AB, DC 之间的数量关系, 并证明.



(第 17 题图)

18. 小强的哥哥送给他一袋子“火影忍者”收藏卡片(不超过100张),小强问哥哥:“你给我的卡片有多少张啊?”哥哥回答说:“这套卡片,无论你是2个2个地数,3个3个地数,4个4个地数,5个5个地数,还是6个6个地数,都还剩一张卡片,你说有多少张卡片呢?”你帮小强计算一下吧!



(本大题总计 15 分)

19. 参加夏令营的同学们进行小组讨论会, 讨论进行得非常激烈. 开始的时候他们每两人坐一桌, 辅导老师给每桌送来一瓶果汁. 讨论一会儿后, 他们改为三人一桌, 老师给每桌送来一瓶汽水. 不久他们又改成四个人一桌, 这时, 老师给他们每桌送来一瓶矿泉水. 此外, 他们每个人还要了一瓶鲜奶. 讨论会结束的时候, 辅导老师共收集了 50 个空瓶. 如果没有人带走瓶子, 那么讨论会是多少名学生参加?



(本大题总计 15 分)

20. 有两个商贩在市场上卖烧饼,其中王婶有急事,委托另一位卖烧饼的女商贩杨大娘替她卖掉剩下的烧饼。她俩剩下的烧饼一样多,不过杨大娘的烧饼大些,价格是1元钱两个,而王婶的烧饼小些,价格是1元钱3个。杨大娘接受了帮王婶卖掉存货的任务后,希望做得非常公正,她把所有的烧饼混在一起,以2元钱5个的价格出售。当王婶回来的时候,烧饼都已经卖完了,但是当她们分配收入的时候,她们发现恰恰短缺了7元钱。假设她们平分这些钱,杨大娘究竟损失了多少钱?

《2013 年全国中学生数学能力竞赛初二组(样题)》参考答案

一、画龙点睛(本大题共 8 道小题,每小题 3 分,总计 24 分)

1. 19 2. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ 3. 4321

4. -1 5. 6 6. 315° 7. 15, 8, 1 8. 2

二、一锤定音(本大题共 4 道小题,每小题 3 分,总计 12 分)

9. D 10. A 11. C 12. D

三、妙笔生花(本大题共 4 道小题,13 题 6 分,14 题 7 分,15 题 8 分,16 题 9 分,总计 30 分)

13. 证明: $\triangle ABC$ 是等边三角形.

$$\because a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac,$$

$$\therefore 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 2ab + 2bc + 2ac,$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2 = 0,$$

$$\therefore (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0,$$

$$\therefore a = b = c. \therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形.}$$

$$14. \text{原式} = (\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11}) = \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}) = \frac{5}{11}.$$

15. 连接 AD . 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD + \angle ADC + \angle C + \angle B = 360^\circ$.

$$\because AB \perp BC, \therefore \angle B = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle C = 120^\circ, \therefore \angle BAD + \angle ADC = 150^\circ.$$

$$\because CD \parallel AF, \therefore \angle CDA = \angle DAF.$$

$$\angle BAF = \angle BAD + \angle DAF = 150^\circ.$$

在四边形 $ADEF$ 中, $\angle DAF + \angle ADE + \angle E + \angle F = 360^\circ$, $\angle CDE = \angle CDA + \angle ADE = \angle DAF + \angle ADE = \angle BAF = 150^\circ$, $\therefore \angle F + \angle E = 210^\circ$.

$$\text{又} \because \angle E = 80^\circ, \therefore \angle F = 130^\circ.$$

16. 设原进价为 x 元,销售价为 y 元.

那么按原进价销售的利润率为 $\frac{y-x}{x} \times 100\%$,原进价

降低 6.4% 后,在销售时的利润率为 $\frac{y-93.6\% \cdot x}{93.6\%x} \times 100\%$.

依题意,得 $\frac{y-x}{x} \times 100\% + 8\% = \frac{y-93.6\% \cdot x}{93.6\%x} \times 100\%$.解得 $y = 1.17x$.

故这种商品原来的利润率为 $\frac{1.17x-x}{x} \times 100\% =$

17%.

四、一鼓作气(本大题共 2 道小题,17 题 12 分,18 题 12 分,总计 24 分)

17. $AD = AB + DC$.

证明:在 AD 上截取 $AF = AB$,连接 EF .

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAF, \therefore \angle BAE = \angle FAE,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle BAE \text{ 和 } \triangle FAE \text{ 中, } \begin{cases} AB = AF, \\ \angle BAE = \angle FAE, \\ AE = AE. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle FAE (\text{SAS}), \therefore \angle B = \angle EFA.$$

$$\because AB \parallel DC, \therefore \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

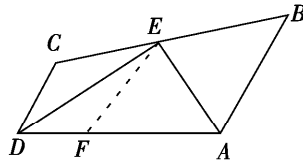
$$\therefore \angle EFD + \angle EFA = 180^\circ, \therefore \angle C = \angle EFD,$$

$$\therefore DE \text{ 平分 } \angle CDA, \therefore \angle CDE = \angle FDE,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle CDE \text{ 和 } \triangle FDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle EFD, \\ \angle CDE = \angle FDE, \\ DE = DE. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle FDE (\text{AAS}), \therefore DC = DF.$$

$$\therefore AD = AF + DF = AB + DC.$$



18. 求出 2, 3, 4, 5, 6 的最小公倍数为 60, 此公倍数并不超过 100, 满足题意, 因为每次数还剩一张卡片, 所以卡片有 $60 + 1 = 61$ (张).

五、再接再厉(本大题总计 15 分)

19. 设这次讨论会有 x 名同学参加, 由题意, 得 $x + \frac{x}{2}$

$$+ \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 50. \text{解得 } x = 24. \text{所以共有 24 名同学参加.}$$

六、马到成功(本大题总计 15 分)

20. 如果每个烧饼分别卖 $\frac{1}{3}$ 元和 $\frac{1}{2}$ 元, 平均每个烧饼

$\frac{5}{12}$ 元. 由于以 5 个烧饼 2 元钱的价格出售, 因此每个烧饼损失 $\frac{1}{60}$ 元.

我们已知损失了 7 元钱, 因此总共卖了 420 个烧饼, 总共卖得 $420 \times \frac{2}{5} = 168$ 元, 杨大娘分得 84 元, 而杨大娘的 210 个烧饼本应卖 105 元, 因此杨大娘损失 21 元.