

# 2013年全国中学生数学能力竞赛 初一组(样题)

(试题总分:120分 答题时间:120分钟)

一、画龙点睛(本大题共8道小题,每小题3分,总计24分)

1. 如图所示,用简单的平面图形画出三位携手同行的小朋友,请仔细观察,图中共有\_\_\_\_\_个三角形。



(第1题图)

2. 某数学辅导书中有一方程:
- $\frac{2}{3} + \frac{1}{x} = -1$
- , 口处被污染住了, 已知书后该方程的解为
- $x = -1$
- , 那么口处的数字应为\_\_\_\_\_。

3. 在等式
- $3 \times \text{米} - 2 \times \text{麦} = 15$
- 的两个花朵内分别填入一个数,使这个等式成立,且已知这两个数互为相反数,那么这两个数分别为\_\_\_\_\_,
- 
- (顺序不可颠倒)。

4. 观察下列球的排列规律(其中,●是实心球,○是空心球):

●○○●●○○○○●○○●●○○○○●  
○○●●○○○○○●○○●●○○○○●…

从第一个球起到第2008个球止,共有实心球\_\_\_\_\_个。

5. 2012年元旦之际,某学校学生都放假在家,七年级(1)班某一学习小组的7位同学互相通电话祝福问候,假如每两位同学通一次电话,则他们共通电话\_\_\_\_\_次。



6. 观察下列图形:



(第6题图)

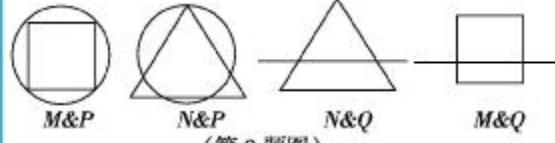
它们是按一定规律排列的,依照此规律,第20个图形共有\_\_\_\_\_个“★”。

7. 如果式子
- $4y^2 - 2y + 5$
- 的值为7,那么式子
- $2y^2 - y + 1$
- 的值等于\_\_\_\_\_。

8. 观察下面一列式子:
- $0, -3x^2, 8x^3, -15x^4, 24x^5, \dots$
- , 按此规律写下去,第10个式子是\_\_\_\_\_。

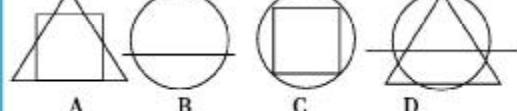
- 二、一锤定音(本大题共4道小题,每小题3分,总计12分)

9. 用M,N,P,Q各代表四种简单的几何图形(线段、三角形、正方形、圆)中的一种,下图是由M,N,P,Q中的两种图形组合而成的(组合用“&”表示)。



(第9题图)

那么,下列组合图形中,表示P&amp;Q的是( )。



10. 若
- $x, y$
- 为有理数,且
- $|x+2| + (y-2)^2 = 0$
- ,则

- $(\frac{x}{y})^{2015}$
- 的值为( )。
- 
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

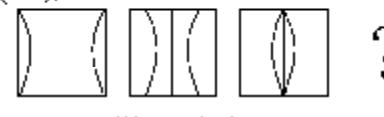
11. 如图,把一条绳子折2次,用剪刀从中剪断,得到几条绳子( )。



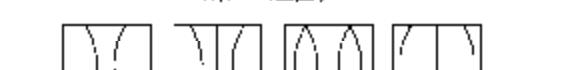
(第11题图)

- A. 3条 B. 4条 C. 5条 D. 6条

12. 如图所示,按照变换规律,将你找出“?”处的图形是( )。



(第12题图)



- A. B. C. D.

13. 计算:
- $19 + 299 + 3999 + 49999$
- .

- 五、再接再厉(本大题总计15分)

19. 阅读材料,回答问题。

由 $3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, 3^7 = 2187, 3^8 = 6561, \dots$ , 不难看出3的正整数幂的个位数字以3, 9, 7, 1为一个周期循环出现, 而 $3^{3m} = (3^4)^m = 81^m$ , 所以 $3^{3m}$ 的个位数字与 $3^4$ 的个位数字相同, 应为1。

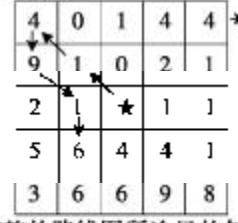
- (1) 请仿照材料,写出 $2^{2012}$ 的个位数字;  
(2) 请探索出 $3^{2012} - 2^{2012}$ 的个位数字。

- 六、马到成功(本大题总计15分)

20. 数字迷宫大闯关:

下面是一个 $5 \times 5$ 的正方形迷宫,请你完成下面的任务:

任务一:从最中心处的“★”出发,在右上方的出口处走出,横走、竖走、斜着走均可。图中已给出了前几步,请按规律继续走下去,最终走出迷宫,并在图中补全路线图(要求每个小正方形都要走过,并且只能经过一次);



任务二:完整的路线图所途经的每个小正方形中都有一个数字,请你将这些数字按照所走的顺序依次写出来(不能破坏数字顺序),并将这列数进行划分,使其成为一列有规律的数(看看小蜜蜂的提示语,会对你有所帮助哦);

任务三:将这列数的规律表示出来。

按照图中所走的顺序,前几个所经数字为1 4 9 16。看看这几个数字有什么规律呢?如果按照1,4,9,16这样的方法划分,你能看出这几个数字有什么规律吗?试着按照这样的方法继续下去吧,相信你一定能够成功!

15. 将1,2,3,4,5,6,7,8,9这九个数字填入图中的“○”内,要求每个数字只能使用一次,并且满足每条边上的四个数字的和都等于17。



16. 已知
- $3x + 2y + z = 315, x + 2y + 3z = 285$
- ,求
- $x + y + z$
- 的值。



- 四、一鼓作气(本大题共2道小题,每小题12分,总计24分)

17. 假定有一排蜂房,形状如图所示,一只蜜蜂在左下角,由于受伤后只能爬行,无法飞行,而且始终向右方(还包括右上、右下)爬行,从一间蜂房爬到右边相邻的蜂房中去,例如,蜜蜂爬到1号蜂房的爬法有:蜜蜂→1号;蜜蜂→0号→1号,共有2种不同的爬法,那么蜜蜂从最初的位置爬到4号蜂房共有多少种不同的爬法?请你将这些爬法如例子中的表达方式一一列出。



(第17题图)

18. 在有理数范围内定义运算“☆”,其规定为:设
- $a ☆ b = (a - b)^a + (a - b)^b$
- ,如
- $3 ☆ 5 = (3 - 5)^3 + (3 - 5)^5 = (-2)^3 + (-2)^5 = -40$
- ,请计算
- $1 ☆ 2 + 2 ☆ 3 + 3 ☆ 4 + \dots + 2011 ☆ 2012$
- 的值。

(参考答案见下期)

## 《2013 年全国中学生数学能力竞赛初一组(样题)》参考答案

### 一、画龙点睛

1. 4 2. 5 3. 3; -3 4. 603 5. 21 6. 60

7. 2 8.  $-99x^{10}$

### 二、一锤定音

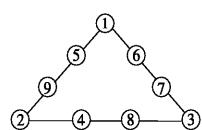
9. B 10. B 11. B 12. D

### 三、妙笔生花

$$\begin{aligned} 13. \text{原式} &= (19+1) + (299+1) + (3999+1) + \\ &\quad (49999+1) - 4 \\ &= (20+300+4000+50000) - 4 \\ &= 54320 - 4 = 54316. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14. \text{列式} &(19-16-41) \times (55-6+55-96) \\ &= -38 \times 8 \\ &= -304. \end{aligned}$$

15. 答案不唯一，只要满足每条边上的四个数字的和都等于 17，并且 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个数字每个数字只使用一次即可。



$$16. \text{令 } 3x + 2y + z = 315, \textcircled{1}$$

$$x + 2y + 3z = 285, \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}, \text{得 } 4x + 4y + 4z = 600,$$

$$\text{即 } 4(x + y + z) = 600. \text{ 所以 } x + y + z = 150.$$

### 四、一鼓作气

17. (1) 蜜蜂从最初位置开始先到 0, 有如下五种爬法:

- ① 从最初位置  $\rightarrow 0 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ ;
- ② 从最初位置  $\rightarrow 0 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ ;
- ③ 从最初位置  $\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ ;
- ④ 从最初位置  $\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ ;
- ⑤ 从最初位置  $\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ .

(2) 蜜蜂从最初位置开始先到 1, 有如下三种爬法:

⑥ 从最初位置  $\rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ ;

⑦ 从最初位置  $\rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ ;

⑧ 从最初位置  $\rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ .

因此共有 8 种爬法。

$$18. 1 \star 2 + 2 \star 3 + 3 \star 4 + \cdots + 2011 \star 2012 =$$

$$(1-2)^1 + (1-2)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^3 + (3-4)^3$$

$$+ (3-4)^4 + \cdots + (2011-2012)^{2011} + (2011-2012)$$

$$^{2012} = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^3 + (-1)^4 +$$

$$(-1)^4 + \cdots + (-1)^{2010} + (-1)^{2011} + (-1)^{2011} + (-1)^{2012} =$$

$$0.$$

### 五、再接再厉

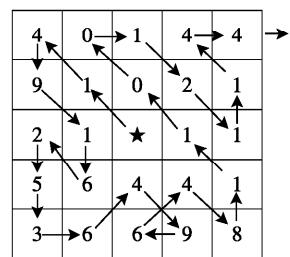
19. (1) 由  $2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64, 2^7 = 128, 2^8 = 256, \dots$ , 不难看出 2 的正整数幂的个位数字以 2, 4, 8, 6 为一个周期循环出现, 而  $2^{2012} = 2^{4 \times 503}$ , 所以  $2^{2012}$  的个位数字与  $2^4$  的个位数字相同, 应为 6;

(2) 因为  $3^{2012}$  大于  $2^{2012}$ , 而  $3^{2012}$  的个位数字是 1,  $2^{2012}$  的个位数字是 6,  $3^{2012} - 2^{2012}$  时,  $3^{2012}$  的个位数字不够减, 应向十位借 1 当 10, 得 11; 则有  $11 - 6 = 5$ .

所以  $3^{2012} - 2^{2012}$  的个位数字是 5.

### 六、马到成功

20. 任务一:



任务二: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144;

任务三:  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2, 10^2, 11^2, 12^2$ .